

# Matematica III

Docenti: Francesca De Marchis e Giulio Galise  
CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni,  
CdL in Statistica, Economia e Società, CdL in Statistica Gestionale  
A.A. 2022/2023

## Esercitazione 6

**Esercizio 1.** Determinare i punti di massimo e minimo assoluto vincolato della funzione  $f(x, y)$  con il vincolo  $g(x, y) = 0$  nei seguenti casi:

(a)  $f(x, y) = xy$ ,  $g(x, y) = x^2 + 4y^2 - 1$

(b)  $f(x, y) = 3x + 4y$ ,  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 25$ .

**Esercizio 2.** Determinare il massimo e minimo assoluto di  $f(x, y, z) = xyz^3$  sotto la condizione  $x^2 + 4y^2 + 2z^6 = 6$ .

**Esercizio 3.** Determinare

$$\max_{(x,y) \in D} f(x, y) \text{ e } \min_{(x,y) \in D} f(x, y)$$

nei seguenti casi:

(a)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ ,  $D = [-2, 2] \times [-2, 2]$

(b)  $f(x, y) = x^2y + xy^2 - xy$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

(c)  $f(x, y) = e^{-|y|} \sin^2 x$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

(d)  $f(x, y) = |y - x| + x$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

**Esercizio 4.** Determinare, se esistono, il massimo e minimo assoluto in  $\mathbb{R}^2$  della funzione

$$f(x, y) = |y - x^2| (e^{-y} + e^{-|x|}).$$

**Esercizio 5.** Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \frac{y^2}{x}$$

è convessa in  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0\}$ . Determinare

$$\sup_A f(x, y) \text{ e } \inf_A f(x, y)$$

e dire se si tratta, rispettivamente, di massimo e minimo.

**Esercizio 6.** Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^2 - 4y + 4$$

è convessa in  $\mathbb{R}^2$ . Determinare

$$\sup_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \quad \text{e} \quad \inf_{\mathbb{R}^2} f(x, y)$$

e dire se si tratta, rispettivamente, di massimo e minimo.

**Esercizio 7.** Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y, z) = 2x^2 + 2xy - 2x + y^2 + 2y + z^2 - 2z + 1.$$

Calcolare

$$\sup_{\mathbb{R}^3} f(x, y, z) \quad \text{e} \quad \inf_{\mathbb{R}^3} f(x, y, z).$$